

Задача на минимум сумми

$$\frac{x_1^2}{8} - 8x_1 + \frac{x_2^2}{2} - 5x_2 + \frac{x_3^2}{4} - 3x_3 + \frac{x_4^2}{8} - x_4 \rightarrow \min$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 30, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$f_i(x)$ — выпуклые $f'_1(0) = -8, f'_2(0) = -5, f'_3(0) = -3, f'_4(0) = -1$
 поэтому вкладывают в первую кучку те, где ущерб меньше — значит больше сума.

$$k=4 \quad \frac{x_1}{4} - 8 = \lambda, \quad x_2 - 5 = \lambda, \quad \frac{x_3}{2} - 3 = \lambda, \quad \frac{x_4}{4} - 1 = \lambda$$

$$x_1 = 4\lambda + 32, \quad x_2 = \lambda + 5, \quad x_3 = 2\lambda + 6 \quad \Big| \quad x_4 = 4\lambda + 4$$

$$30 \leq 11\lambda + 47, \quad \lambda = -\frac{17}{11} \quad x_4 = -\frac{4 \cdot 17}{11} + 4 < 0 \Rightarrow x_4 = 0.$$

$$30 = 7\lambda + 43, \quad \lambda = -\frac{13}{7} < f'_4(0) = -1, \quad x_1^0 = \frac{172}{7}, \quad x_2^0 = \frac{22}{7}, \quad x_3^0 = -\frac{26}{7} + 6 = \frac{16}{7}$$

$$x^{(1)} = (25, 3, 2, 0)$$

$$x_4^0 = 0.$$

дискретная задача.

$$\frac{x^2}{a} - b x - \frac{(x-1)^2}{a} - b(x-1) = \frac{x^2 - (x-1)^2}{a} - b = \frac{2x+1}{a} - b$$

i	x_i	$\frac{(x_i+1)^2 - (x_i)^2}{a} - b$	$\frac{(x_i)^2 - (x_i-1)^2}{a} - b$
1	25	$53/8 - b = -11/8$	$51/8 - b = -13/8$
2	3	$9/2 - b = -1/2$	$7/2 - b = -3/2$
3	2	$7/4 - b = -5/4$	$5/4 - b = -7/4$
4	0	$3/8 - b = -5/8$	—

$$\frac{13}{8} > \frac{5}{4} \Rightarrow -\frac{5}{4} > -\frac{13}{8}$$

$$\frac{x_1^2}{8} - b x_1 + \frac{x_2^2}{2} - 5 x_2 + \frac{x_3^2}{4} - 3 x_3 + \frac{x_4^2}{8} - x_4$$

$$x^* = (25, 3, 2, 0)$$